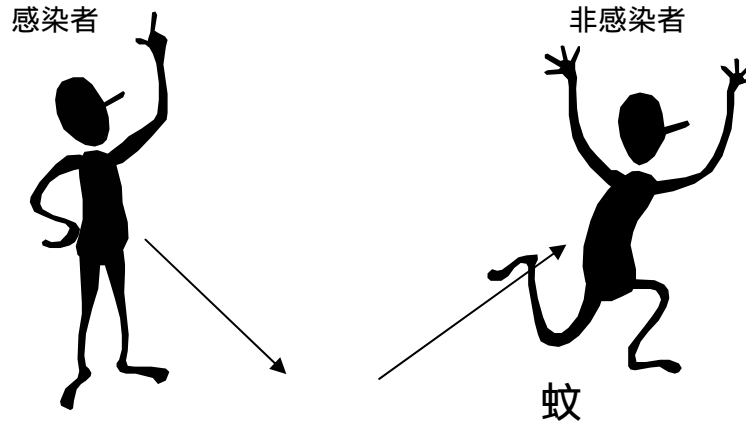
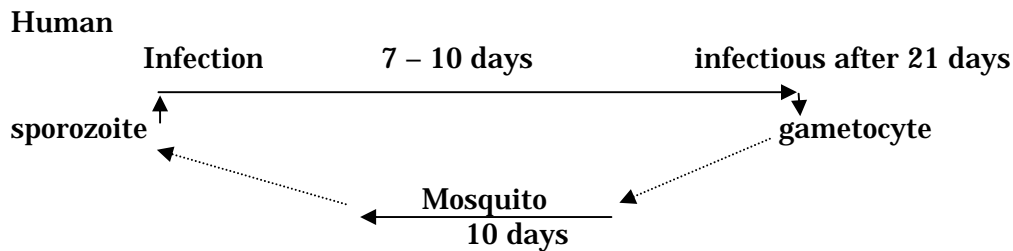


# マラリアモデル



マラリアに感染していないメスの蚊がマラリア感染者の血液を吸うと、その蚊はマラリアに感染します。約 10 日の潜伏期を経ると人にマラリアをうつすようになります。よって人から人にうつることはなく、必ず蚊を介することになります。マラリアの数理モデルを考える場合、人と蚊の 2 つの主角を考えなくてはなりません。



蚊の平均寿命は 7 日ですが、中には長生きする蚊がいて、10 日以上生存すると人にマラリアをうつすことができます。蚊は夕方から夜にかけて行動し人を刺します。お腹がいっぱいになった蚊はそう速くは飛べず、通常は家の中の柱などで水分が十分抜けて体が軽くなるまでじっとしています。そして軽くなると水辺に卵を生みにいきます。よってこの時期が蚊を DDT など駆除するには最適であるといえます。

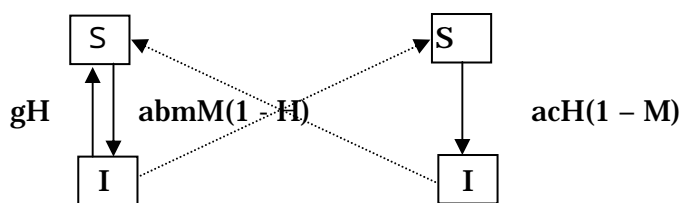
Ross はマラリアの感染モデルを 2 つの方程式で考えました。まずマラリアに感染している人の割合を  $H$  とします。よって非感染者は  $1 - H$  です。一方感染している蚊の割合を  $M$  とすると、同様に感染していない蚊の割合は  $1 - M$  です。ここでは実際の数でなく割合を用いている点に注意してください。そして  $m$  を (メスの蚊の数) / (人の数) とし、熱帯の雨季においては 40 くらいが普通のようなようです。  $a$  は 1 日に 1 匹のメスの蚊が人を刺す回数です。これは蚊がどれくらい空腹かと哺乳類の数によります。例えば家畜を多く飼っていれば、蚊が人を刺す頻度は減ります。一般的には蚊は 4 日に 1 回の頻度で人を刺すので  $a = 0.25$  です。感染が成立するのはマラリアに感染した蚊が感染していない人を刺すときで、全体の中での割合は  $b = 0.09$  で表されます。つまり蚊に 100 回刺されれば、そのうち 9 回はマラリアの sporozoite が身体に入ることです。刺された人は 7-10 日の潜伏期を経て病気を発症し、回復した後 21 日には血中

に gametocyte が出現し、蚊を感染させることができるようになります。その期間は *falciparum malaria* の場合 9.5 ヶ月、285 日続とされています。この期間感染者を刺した蚊全部が感染するわけではありません。その割合は  $c=0.47$  です。人は約 10 ヶ月でマラリアから回復しますが、蚊は寿命が短いので、マラリアから回復することなく死んでいきます。蚊の平均寿命を 8 日と設定しますと、1 日当り  $P_m = 1/8 = 0.12$  ずつ減っていくことになります。よって 10 日後の蚊は当初の  $(0.88)^{10}$  に減少することになります。平均寿命が 8 日で人に感染させることができるようになるまで 10 日かかるのであれば、感染させられないと考える人もいると思います。でも人の平均寿命を考えてみてください。平均寿命が 70 歳としても 100 歳以上まで生きる人は少ないながらもいますよね。

$dH/dt$  は感染者の変化であり  $dM/dt$  は感染している蚊の変化を示します。人はマラリアに対して免疫状態を作らず回復後再びマラリアに感染し得ます。

$$dH/dt = abmM(a - H) - gH \quad \text{人 SIS モデル}$$

$$dM/dt = acH(a - M) - P_m M \quad \text{蚊 SI モデル}$$



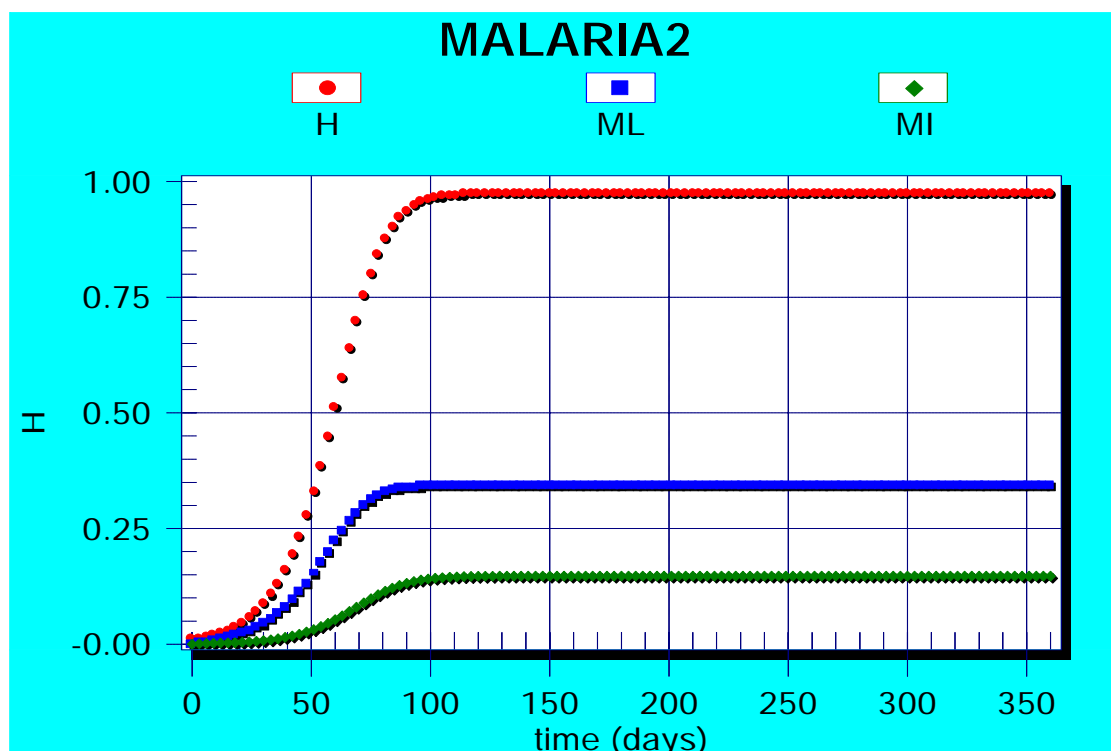
$R_0$  はおよそ in/out に一致します。

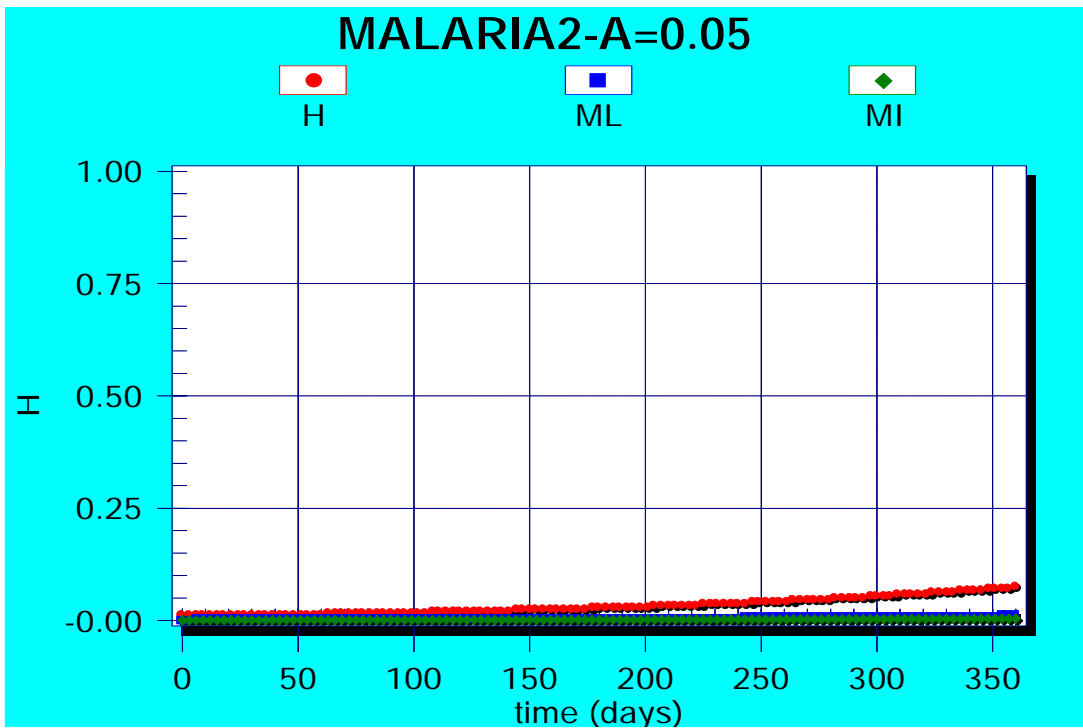
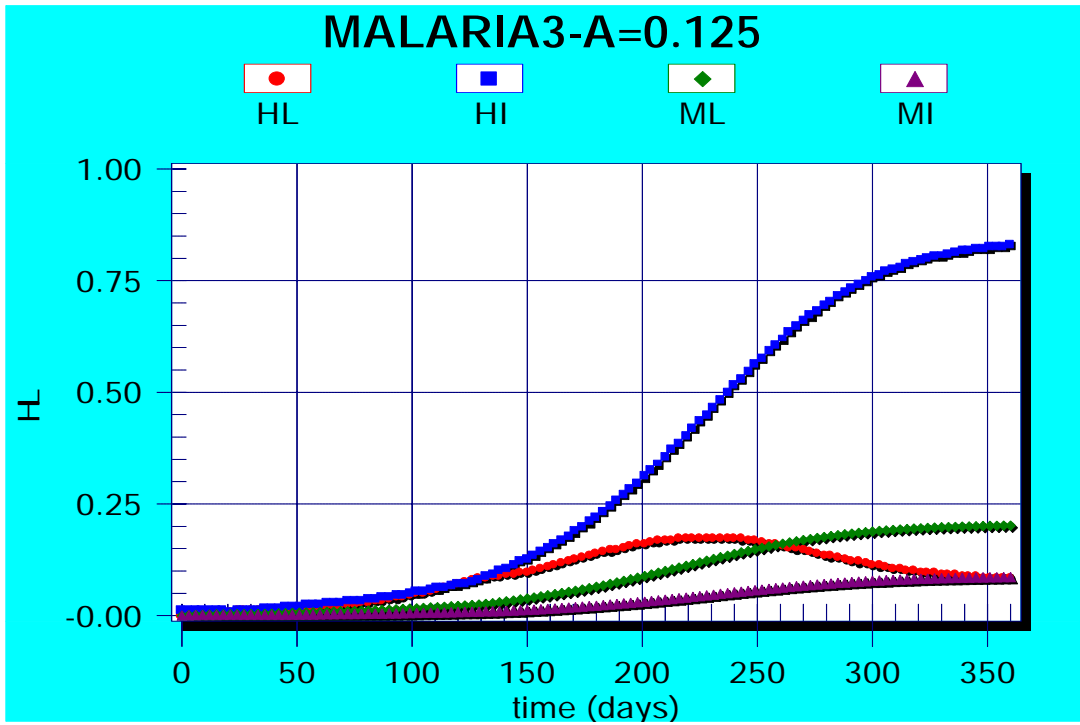
$$T_1 = mab/g = \text{in/out}$$

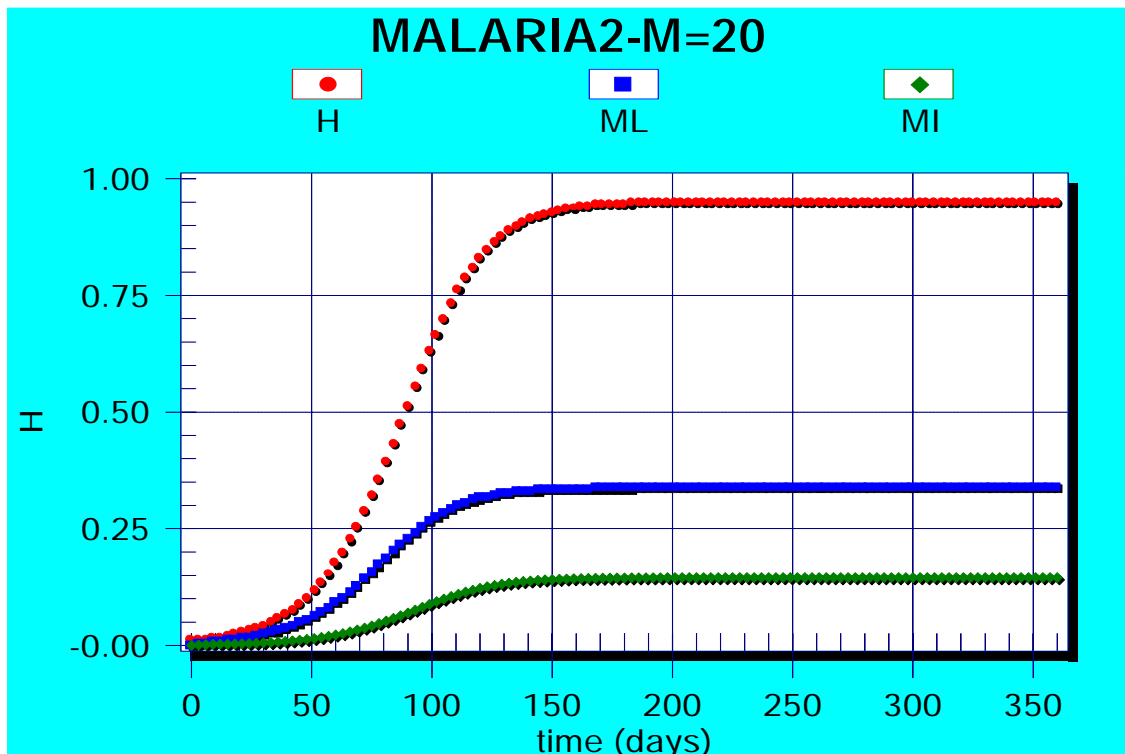
$$T_2 = ac/p_m = \text{in/out}$$

$$R_0 = T_1 \times T_2 = ma^2bc/gP_m$$

更に  $a$  をいじってみるとどうなるかみてみましょう。

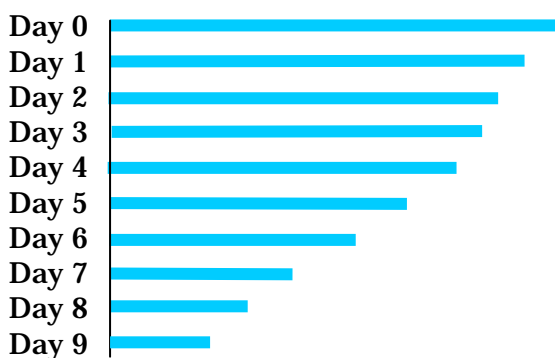






公式からもわかるとおり、 $a$  を修飾する、すなわち 1 匹の蚊が人を刺す回数を減らすと  $R_0$  が  $a^2$  に比例して変化しますのでマラリアの発生はぐっと減ります。例えば蚊帳などで蚊に刺される回数を半分に減らすと  $R_0$  は  $1/4$  になります。DDT などで蚊を駆除することは  $m$  に影響しますが、蚊の数が半分になったとしても  $R_0$  は半分になるにすぎません。つまり蚊の駆除よりも蚊に刺される回数を減らすことの方がより有効に働くのです。

しかしこのモデルでは蚊の 10 日という潜伏期間を考慮に入れていません。そのため、シミュレーションを行なうと人々の間で非常な速さでマラリアが蔓延し、平衡状態に達した際の感染者の数の非常に高いものとなってしまいます。先にも説明しましたが蚊は下図のような形で数を減らします（毎日同じ割合で死亡していく）。



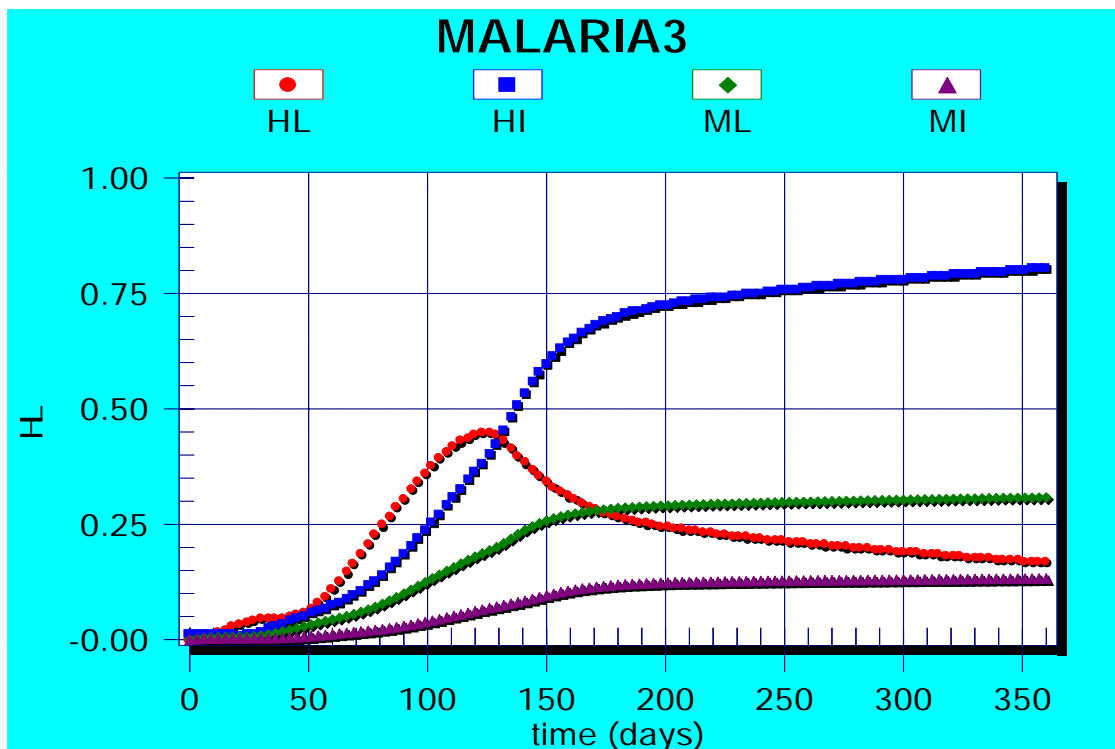
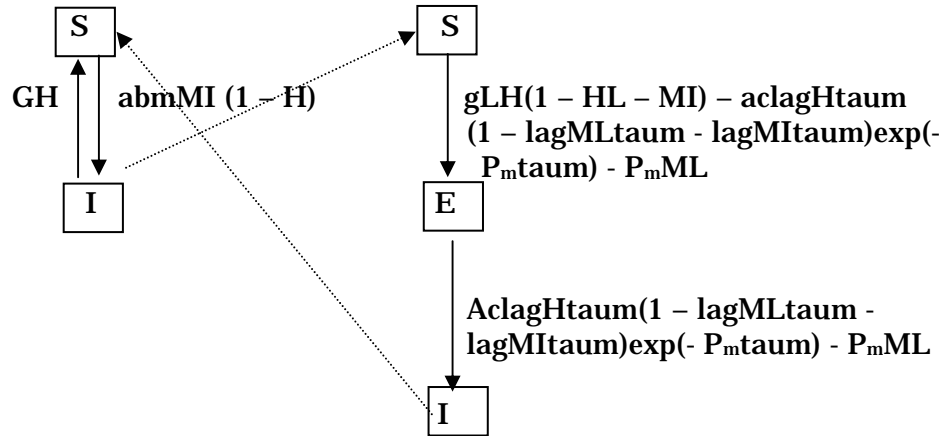
Anderson & May の公式では潜伏期と蚊の死亡率の要素まで考慮されています。  $P_m$  を蚊の 1 日の死亡率とし、  $\tau_{aum}$  を蚊の潜伏期とします。感染しえる蚊の割合は

$$\text{Exp}(-P_m \times \tau_{aum})$$

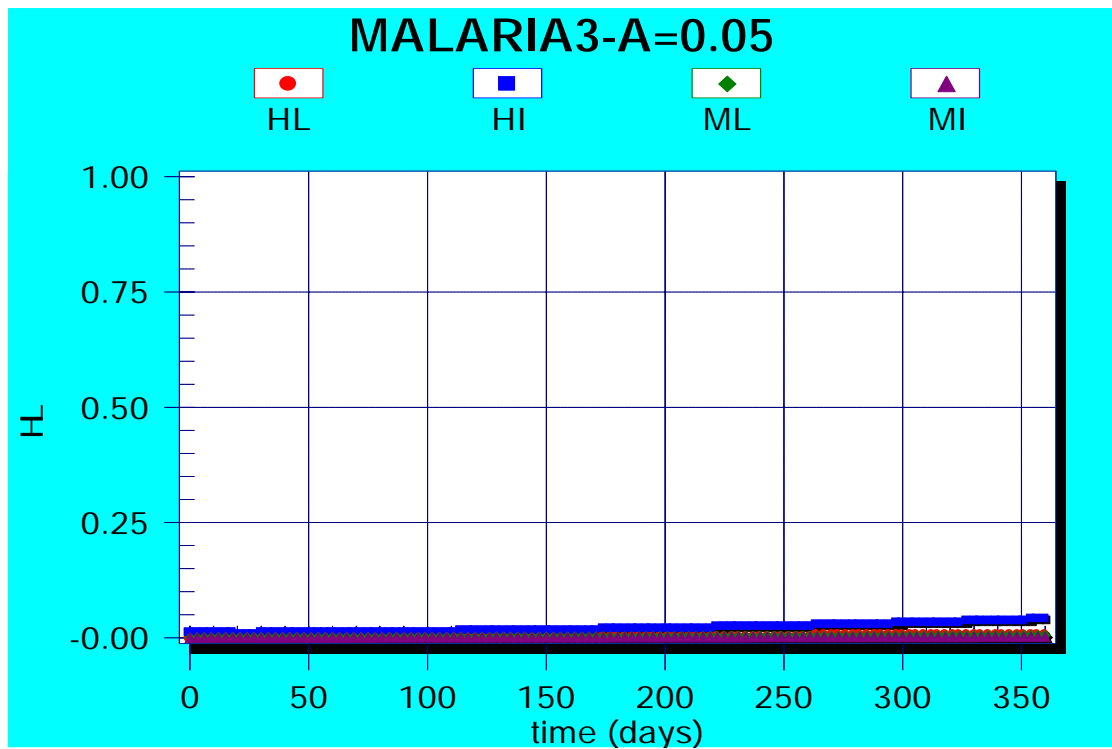
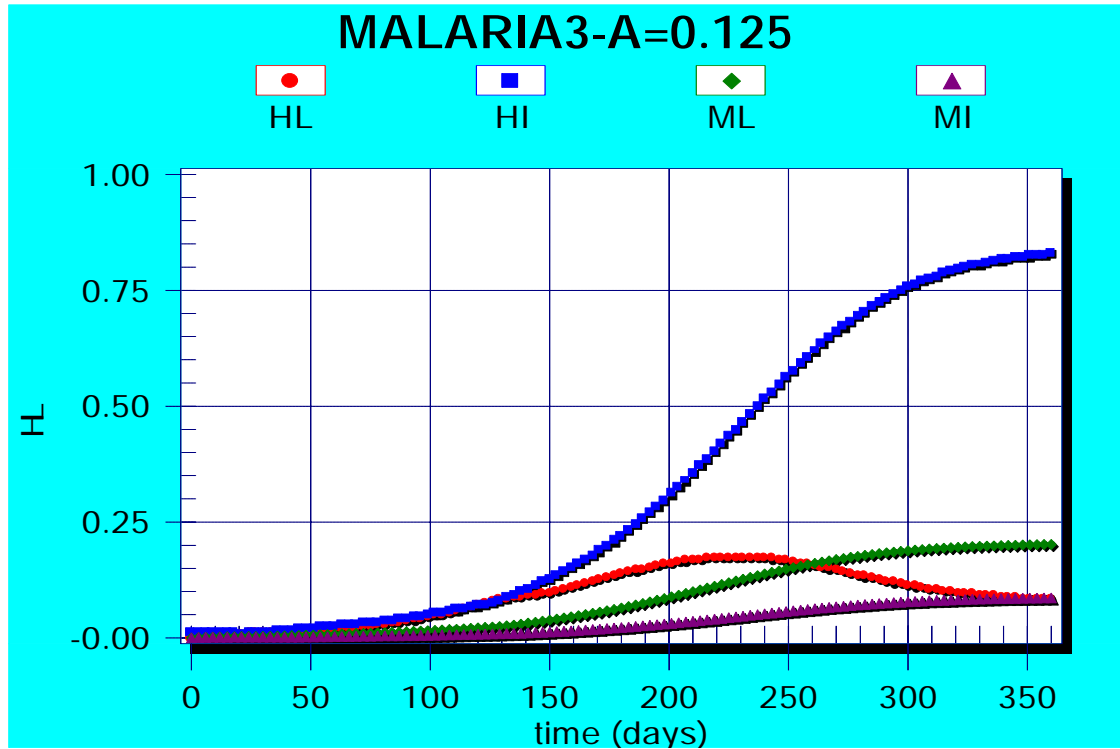
で示されます。更に 1 日当り死亡する確率を  $p$ 、生存する確率を  $q = 1 - p$  とします。

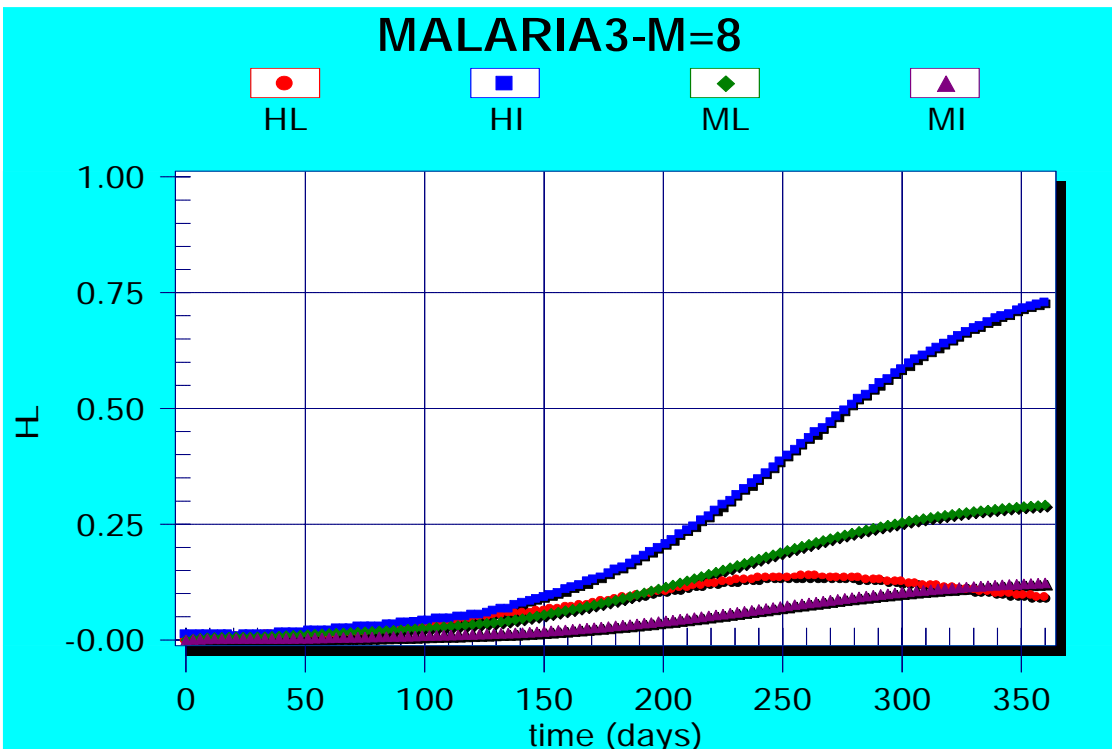
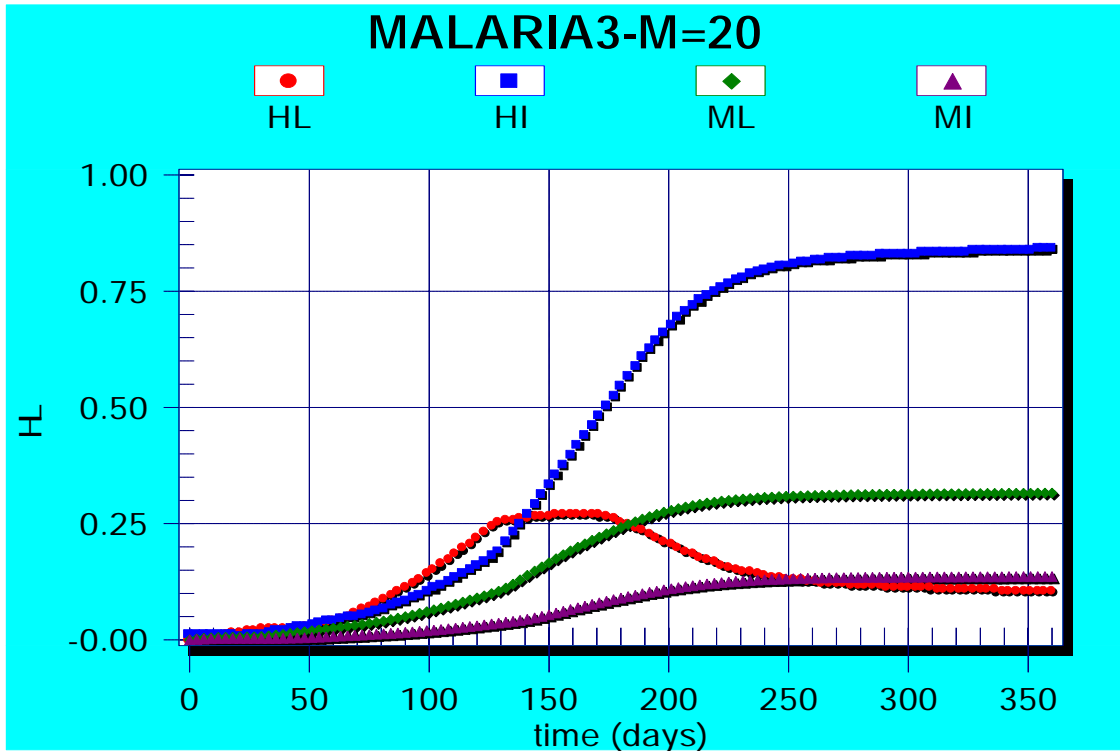
$$R_0 = \{ma^2bc[\exp(-P_m\tau)]\} / gP_m$$

$$R_0 = ma^2bcp^n / -g\ln(p)$$



潜伏期を考慮したモデルでも同様に  $a$  を半分に下げると  $R_0$  は  $1/4$  となりますが、 $m$  を半分に下げても  $1/2$  にしかなりません。

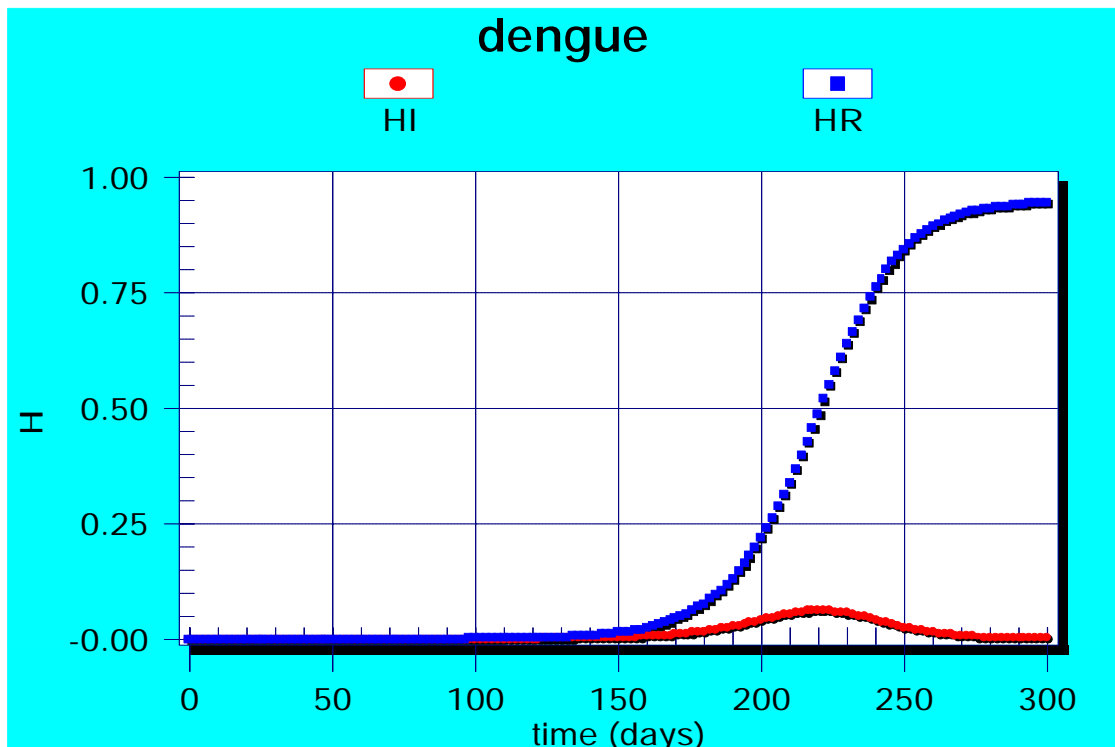




蚊を駆除することも大切ですが、蚊帳を用いたり、朝夕の蚊にさされやすい時間帯の外出を避ける、家の戸口付近の蚊よけを十分行うなどで蚊に刺される回数を減らすことのほうがはるかに有効です。

### デング熱モデル

デング熱もマラリアのように蚊によって媒介される病気です。しかし免疫を得る点が大きく異なります。デング熱を起こすウイルスには4種類ありますが、まず1種類に感染し(break bone fever)、後に別の種類に感染するとデング出血熱 Dengue Hemorrhagic fever となります。前者も問題ですが、後者は死亡率が高いため問題です。よってワクチンも中と半端に行なうとかえってデング出血熱の頻度を増やしてしまわないとも限りません。



上はデングウイルスが1つと想定して描いています。その場合、死亡せずに回復した人は免疫を獲得するので、マラリア程罹患率が高くなりません。マラリアとデングでは以下のように  $R_0$  が大きく異なります。

#### MALARIA4

$$R_0 = \{ma^2bc[\exp(-p_h\tau_h - p_m\tau_m)]/p_g p_m = \{30.4 \times 0.202^2 \times 0.0916 \times 0.462 / [\exp(-0.000061 \times 21 - 0.113 \times 10)] / 0.00371 \times 0.113 = 0.0525 \times 0.323 / 0.00042 = 40.4$$

#### DENGUE

$$R_0 = \{ma^2bc[\exp(-p_h\tau_h - p_m\tau_m)]/(p_g + p_h)p_m = \{2 \times 1.00^2 \times 0.75 \times 0.75 / [\exp(-0.00004 \times 5 - 0.22 \times 8)] / (0.25 + 0.00004) \times 0.22 = 1.125 \times 0.172 / 0.055 = 3.5$$