

Life Table (生命表)

Life Table は人口の死亡率を分析したり、健康状態の指標となるため各国間で比較したり、平均余命を予測したり、保険会社が利用します。

年齢層: 最初は 0 - 1 の 1 年間、次は 1 - 5 歳の誕生日の間の 4 年間、あとは 5 - 10 と 5 年刻みとなり、最後は 85 歳以上としてまとめて計算します (最後の表を参照)。

死亡の割合: 年齢 x から $x + n$ 歳に関して、 ${}_nq_x$ は x 歳の誕生日から $x + n$ 歳の誕生日までの間に死亡した人の 10 万人当たりの割合を示します。例えば ${}_1q_0$ であったとすると生まれてから 1 歳の誕生日までに死亡した乳児の割合であり、10083 人であったとすると 10 万人で割って 0.010083 となります。一方 q_{85} であった場合、85 歳の誕生日は生きているがその後死亡する割合で、人である以上いずれは死亡しますので 1.0000 となります。 ${}_4q_1$ であった場合 1 - 4 歳の幼児は 1 年で 50.9 人が死亡しているので 1 歳の誕生日に生きて 4 年後の誕生日までに死亡する幼児の数は $50.9 \times 4 = 203.6$ 人であり、10 万人当たり 0.0020 となります。本来は 1 歳、2 歳、3 歳、4 歳代のそれぞれの 1 年間に死亡した数の合計を算出するべきなのですが、近似した年齢では死亡数に差ほど差を認めないため実際には計算を略しても大きな差は生じません。人口 10 万人当たりの死亡率は 60 歳当たりより急に上昇します。この考え方は hazard model と似ています。

l_x : 10 万人の出生当たり x 歳の誕生日に生存している人の数。 L_0 は 10 万人となります。年齢がすすむにつれ減っていきます。

${}_nd_x$: l_x のうち $x + n$ 歳の誕生日までの死亡数。最初に列で ${}_nq_x$ として x 歳の誕生日から $x + n$ 歳の誕生日までの間に死亡した人の 10 万人当たりの割合を計算してありますので、単純に 10 万人に ${}_nq_x$ を掛けてやればよいことになります。

$$\begin{aligned} {}_1d_0 &= 100000 \times {}_1q_0 \\ &= 100000 \times 0.0100 \\ &= 1000 \quad \text{正確に計算すると 999 となります。} \end{aligned}$$

$$l_1 = 100000 - 999 = 99001$$

999 人が 1 歳の誕生日までに死亡するので 1 歳の誕生日を生きて迎える子供は 9 万 9 千 1 人になってしまいます。

$$\begin{aligned} {}_4d_1 &= 99001 \times {}_4q_1 \\ &= 99001 \times 0.0020 \\ &= 198 \end{aligned}$$

$$l_5 = 99001 - 198 = 98803$$

1 歳を迎えた 99001 人のうちその後 4 年間で 0.0020 割の幼児が死亡してしまうので、その実数は 198 人、よって 5 歳の誕生日を迎えることができるのは 98803 人となるわけです。もうお判りのように

$${}_n d_x = l_x \times {}_n q_x$$

です。更に次の行の l は

$$l_{x+n} = l_x - {}_n d_x$$

です。生存数は 60 歳頃から加速度的に低下しているのがわかります。

${}_n L_x$: 1 歳から 5 歳 ${}_4 L_1$ を例にとってみますと、1 歳の誕生日には 99001 人が生存していますが、5 歳の誕生日には 98803 人が生きています。ですから少なくとも 98803 人はこの 4 年間生きぬいたわけですから延べ人数は $98803 \times 4 = 395212$ (人年) となります。逆にこの 4 年間に死んでしまった子供は 198 人で、この 4 年間のどこかで死亡してしまっているので正確な延べ人数は 395540 人となります。このデータは life table にあるデータからは算出できません。

T_x : 例えば T_{65} は ${}_5 L_{65} {}_5 L_{70} {}_5 L_{75} {}_5 L_{80} \dots L_{85}$ の総和となり 1338552 人となります。つまり x 歳の誕生日を過ぎて生存する延べ人数です。

e_x : x 歳で生きている人があと何年生きられるかを示します。これは x 歳の誕生日を過ぎて生きる延べ人数を、少なくとも x 歳の誕生日まで生きる人の数で割ります。

$$e_0 = T_0 / l_0 = 7494642 / 100000 = 74.9$$

これは生まれた赤ちゃんがこれから何年間生きられるかを示すもので平均寿命となります。この数値はしばしばその人口の健康状態を示すのに用いられます。一般に女性の方が長く、黒人は低い傾向にあります。日本は世界 1 の長寿国であり、世界 1 低い乳児死亡率を誇っており世界で最も健康状態が良い国なのです。

平均寿命は現時点の人口の構成から考えているので、今後医学が進歩して平均寿命は更に延びる可能性は十分あります。ですから保険会社が現時点での life table に基づいて計算すると過小評価することになってしまいます。例えば 60 歳までに完納してその後死亡するまで支払い続ける国民保険では、平均寿命が延びれば費用は膨れ上がってしまいます。日本の保険会社は例えば 65 歳まで消費者に払わせて、その間死亡しなければいくらのお金を払い戻すという方法をとります。平均寿命が延びれば 65 歳で死亡する数が減り、保険会社の収入は増えるわけです。逆に戦争があれば、あるいは天災によって大きな変化があれば平均寿命は少なくなるかも知れません。

$$e_1 = T_1 / l_1 = 7395495 / 99001 = 74.7$$

e_1 が e_0 より大きな値をとることがあります。これは乳児死亡率が大きく平均寿命を短くしてしまうからです。乳児死亡率の高い国では1歳まで生き残った子供はそれだけたくましく、生まれたばかりの赤ちゃんよりこの先生き続ける可能性が高いと言えます。

この life table はいろいろおもしろいことに使用できます。例えば 65 歳まで生き残る確率は 10 万人のうち 65 歳の誕生日に生きている人が 79123 人なので 79.1% となるわけです。

$$l_{65} / l_0 = 79123 / 100000 = 0.79123 = 79.1\%$$

50 歳の人がこの先 65 歳まで生き残る可能性は

$$l_{65} / l_{50} = 79123 / 92335 = 0.85691 = 85.7\%$$

生まれたばかりの赤ちゃんが 65 歳の老人になるまで生き残るには先天性心疾患があるかもしれないし、交通事故に遭うかもしれないし、癌や心臓病になるかもしれない、幾多の困難を乗り越えなくてはなりません。しかし 50 歳まで生き残った人が何とか定年まで生き残る確率は癌や心臓病になるかもしれませんが、こちらの方が高いのです。

例えばイギリス・ウエールズの life table の変化を見てみましょう。10 - 30 歳の死亡率が著明に改善しているのが解ります。これは栄養、衛生設備、抗生剤、ワクチンなどにより子供の感染症による死亡が減少したことが大きいと思われる。性差は比較的最近浮き彫りになった現象なのです。死亡の原因をみていきますと、悪性腫瘍、心臓病、脳血管障害と続きます。これらは年輩者に多い疾患であり、死亡率は当然こういった年輩者に多い疾患に左右されます。Years of potential life lost (YPLL) は 20 世紀初頭に導入された考え方で、今後どれくらい生きるかではなく、何らかの原因で何年くらい予想より早く死亡したかをみる (premature death) という考え方です。Center for Disease Control (CDC) が提唱している YPLL がよく使用されます。例えば 50 歳で心臓病で死亡した人がいたとすると、彼は 65 歳より 15 年失ったと考えます。

$$YPLL = 65 \text{ 歳以前に死亡した人数} \times (65 \text{ 歳} - \text{死亡した年齢})$$

当然比較的若い世代の死亡動向を反映するわけで、アメリカでは不慮の事故、悪性腫瘍、心疾患、自殺・他殺、先天奇形、未熟性と続きますが、AIDS による死亡が増えているの

が解ります。

ただ各国を比較する際、文化、風習、教育などのちがいにより死亡を判断する基準も異なる可能性があることを念頭におかなくてはなりません。

1988 年アメリカ life table

age	${}_nq_x$	l_x	${}_nd_x$	${}_nL_x$	T_x	$e_x (T_x/l_x)$
0-1	0.0100	100,000	999	99,147	7,494,642	74.9
1-5	0.0020	99,001	198	395,540	7,395,495	74.7
5-10	0.0012	98,803	120	493,688	6,999,955	70.8
10-15	0.0014	98,683	134	493,155	6,506,267	65.9
15-20	0.0044	98,549	431	491,767	6,013,112	61.0
20-25	0.0058	98,118	565	489,206	5,521,345	56.3
25-30	0.0061	97,553	596	486,274	5,032,139	51.6
30-35	0.0074	96,957	717	483,035	4,545,865	46.9
35-40	0.0096	96,240	924	479,021	4,062,830	42.2
40-45	0.0126	95,316	1,204	473,785	3,583,809	37.6
45-50	0.0189	94,112	1,777	466,443	3,110,024	33.0
50-55	0.0300	92,335	2,766	455,194	2,643,581	28.6
55-60	0.0473	89,569	4,238	437,859	2,188,387	24.4
60-65	0.0728	85,331	6,208	411,976	1,750,528	20.5
65-70	0.1055	79,123	8,344	375,656	1,338,552	16.9
70-75	0.1568	70,779	11,096	377,120	962,896	13.6
75-80	0.2288	59,683	13,654	265,113	635,776	10.7
80-85	0.3445	46,029	15,858	190,715	370,663	8.1
85<	1.0000	30,171	30,171	170,948	179,948	6.0